NC–584

Seat No. ______

Third Year B. A. / B. Sc. Examination

April / May – 2003

Statistics : Paper - VIII

(Sampling Techniques & SQC)

Time : **3** Hours] [Total Marks : **70**

સૂચના : (૧) **બધા** પ્રશ્નોના ગુણ **સરખા** છે.

(૨) આંકડાશાસ્ત્રીય કોષ્ટકો અને ગ્રાફપેપર્સ માંગવાથી મળી રહેશે.

(૩) સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટર વાપરવાની છૂટ છે.

૧ (અ) સ્તરિત યદચ્છ નિદર્શનમાં નિદર્શ મેળવવાની રીત સમજાવો. સ્તરિત નિદર્શન માટે સમષ્ટિ મધ્યકના અનભિનત આગણકની અભિવ્યક્તિ મેળવો. આ આગણનકારનું વિચરણ મેળવો.

(બ) સ્તરિત યદચ્છ નિદર્શન માટે પ્રચલિત સંકેતો અનુસાર સાબિત કરો કે

$$V(\bar{y})_{opt.} \le V(\bar{y})_{prop.} \le V(\bar{y})_{ran.}$$

અથવા

૧ (અ) સ્તરિત યદચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિમાં, આપેલ ખર્ચ વિધેય $C = C_0 + \sum C_h n_h$ માટે જ્યારે n_h, $n_h S_h / \sqrt{C_h}$ ના પ્રમાણમાં હોય ત્યારે $\bar{y}_{st}$ નું વિચરણ ન્યૂનતમ હોય છે. તેમ બતાવો તે પરથી $V(\bar{y}_{st})$નું ન્યૂનતમ કિંમત મેળવો.

(બ) 'પ્રમાણસર સ્તરિત નિદર્શન' સમજાવો. પ્રચલિત સંકેતો અનુસાર સાબિત કરો કે

$$V(p_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{k} N_h (N_h - n_h) \frac{P_h Q_h}{n_h}.$$

૨ (અ) પદિક નિદર્શનનું વર્ણન કરો અને તેના લાભ–ગેરલાભ જણાવો.

(બ) જો $N = nK$ હોય તો, પદિક નિદર્શન માટે પ્રચલિત સંકેતો અનુસાર સાબિત કરો કે :

(૧) $V(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-1}{N} S^2 - \frac{K(n-1)}{N} \cdot S^2_{wsy}$

(૨) $V(\bar{y}_{sy}) = \frac{S^2_{wst}}{n} \left(\frac{N-n}{N}\right) [1 + (n-1)\, \rho_{wst}]$.

અથવા

૨ (અ) દ્વિતબક્કા નિદર્શન પદ્ધતિ વર્ણવો અને પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે
$V(t) = V_1 E_2(t) + E_1 V_2(t)$.

(બ) દ્વિતબક્કા નિદર્શન માટે, પ્રચલિત સંકેતો અનુસાર સાબિત કરો કે

$$V(\bar{\bar{y}}) = (1 - f_1)\frac{S_1^2}{n} + (1 - f_2)\frac{S_2^2}{mn}.$$

તેમજ $V(\bar{\bar{y}})$ના અનભિનત આગણનકાર માટેનું સૂત્ર મેળવો.

૩ (અ) ગુણવત્તા નિયંત્રણ એટલે શું ? ગુણવત્તામાં થતા ચલનનાં કારણો ચર્ચો.

(બ) સાનુક્રમનો સિદ્ધાંત સમજાવો.

(ક) $\bar{x}$ અને R આલેખો માટેની નિયંત્રણ સીમાઓ મેળવો.

અથવા

૩ (અ) p, np અને $\bar{n}p$ આલેખોની નિયંત્રણ સીમાઓ મેળવો.

(બ) p–np આલેખોની રચના અને ઉપયોગો વર્ણવો.

(ક) નોંધ લખો : U–આલેખ.

૪ (અ) સ્વીકૃતિ નિદર્શનનો ખ્યાલ સમજાવો. ઉદ્યોગોમાં શા માટે તે ઉપયોગમાં લેવાય છે ?

(બ) નીચેનાં પદો સમજાવો :

(૧) ઉત્પાદકનું જોખમ અને ગ્રાહકનું જોખમ.

(૨) AOQ અને AOQL

(૩) AQL અને LTPD.

(ક) $N = 20,\ n = 5,\ C = 1$ માટે એક નિદર્શન યોજનામાં 10% ખામીવાળો જથ્થો સ્વીકૃત થવાની સંભાવના કેટલી ?

અથવા

૪ (અ) એક નિદર્શન અને દ્વિનિદર્શન યોજનાઓ સમજાવો.

(બ) એક નિદર્શન યોજનાના સંદર્ભમાં O.C., ASN અને ATI વિધેયો સમજાવો.

(ક) 1% ખામીવાળા સમૂહો સ્વીકૃતિ માટે રજૂ કરવામાં આવેલા છે. ગ્રાહકોને નીચેની ત્રણ યોજનાઓ સંતોષકારક જણાઈ છે. તમો ઉત્પાદકને કઈ યોજનાની ભલામણ કરશો કે જેથી તેમાં ન્યૂનતમ ખર્ચ થાય :

યોજના I :	$N = 5000$	$n = 100$	$C = 1$	$p_a = 0.74$
યોજના II :	$N = 5000$	$n = 140$	$C = 2$	$p_a = 0.83$
યોજના III :	$N = 5000$	$n = 240$	C = 3	$p_a = 0.78$

૫ (અ) નોંધ લખો : $\bar{x}$ અને s આલેખો.
$\bar{x}$ આલેખ માટેનો O.C. વક્ર તમે કેવી રીતે મેળવશો ?

(ક) બુદ્ધિયુક્ત સમૂહન એટલે શું ? SQCમાં તેની અગત્ય સમજાવો.

અથવા

૫ (અ) ચલ અને ગુણ માટેની સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજનાની સરખામણી કરો.

(બ) જ્યારે ક્રિયાલક્ષણ વક્ર ઉપર બે બિંદુઓ નિયત કરેલા હોય, જથ્થાના ચલનું વિતરણ પ્રામાણ્ય હોય, જેનું પ્ર.વિ. અજ્ઞાત છે અને ઉપલી સીમા આપેલી હોય તેવા ચલ માટેની સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજનાનું સંપૂર્ણપણે વર્ણન કરો.

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) All questions carry **equal** marks.
(2) Statistical tables and graph-papers will be supplied on demand.
(3) Scientific calculator is allowed.

1 (a) Explain the method of drawing a sample in stratified random sampling. Derive the expression for the unbiased estimator of the population mean in the case of stratified sampling. Find the variance of this estimator.

(b) For stratified random sampling, in usual notations prove that

$$V(\bar{y})_{opt.} \le V(\bar{y})_{prop.} \le V(\bar{y})_{ran.}$$

OR

1 (a) For stratified random sampling method for a given cost function $C = C_0 + \sum C_h n_h$ show that the variance of $\bar{y}_{st}$ is minimum when n_h is proportional to $n_h S_h / \sqrt{C_h}$. Hence obtain the minimum values of $V(\bar{y}_{st})$.

(b) Explain "stratified sampling for proportions", in usual notations prove that

$$V(p_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{k} N_h (N_h - n_h) \frac{P_h Q_h}{n_h}.$$

2 (a) Describe systematic sampling and state its advantages and disadvantages.

(b) For systematic sampling in usual notations, if $N = nk$, prove that :

(1) $V(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-1}{N} S^2 - \frac{k(n-1)}{N} \cdot S^2_{wsy}$

(2) $V(\bar{y}_{sy}) = \frac{S^2_{wst}}{n} \left(\frac{N-n}{N}\right) \left[1 + (n-1)\,\rho_{wst}\right].$

OR

2 (a) Explain two stage sampling scheme. In usual notation prove that :

$$V(t) = V_1 E_2(t) + E_1 V_2(t).$$

(b) For two stage sampling, in usual notation prove that

$$V(\bar{\bar{y}}) = (1 - f_1)\frac{S_1^2}{n} + (1 - f_2)\frac{S_2^2}{mn}.$$

Also derive the formula for unbiased estimator of $V(\bar{\bar{y}})$.

3 (a) What is quality control ? Discuss the causes of variation in quality.

(b) Explain about theory of runs.

(c) Obtain the control limits for $\bar{x}$ and R charts.

OR

3 (a) Obtain the control limits for p, np and $\bar{n}p$ charts.

(b) Describe the construction and uses of p–np charts.

(c) Write note on : U–chart.

4 (a) Explain the concept of acceptance sampling. Why is it used in industries ?

(b) Explain the following terms :

(1) Producer's risk and Consumer's risk

(2) AOQ and AOQL

(3) AQL and LTPD.

(c) In a single sampling plan with $N = 20$, $n = 5$ and $C = 1$, what is the probability of accepting the lot containing 10% defectives ?

OR

4 (a) Explain single sampling and double sampling plans.

(b) Explain O.C., ASN and ATI functions with reference to single sampling plan.

(c) Lots which are 1% defective are submitted for acceptance. The following three plans are found to be satisfactory by the consumers. Which plan would you recommend to the producer so that it may involve least cost :

Plan I :	$N = 5000$	$n = 100$	$C = 1$	$p_a = 0.74$
Plan II :	N = 5000	$n = 140$	$C = 2$	$p_a = 0.83$
Plan III :	$N = 5000$	$n = 240$	C = 3	$p_a = 0.78$

5 (a) Write note on : $\bar{x}$ and S charts.

(b) How would you obtain the O.C. curve for $\bar{x}$–chart ?

(c) What is rational sub-grouping ? Explain its role in SQC.

OR

5 (a) Compare an acceptance sampling plan for variables with that for attributes.

(b) Discuss fully a sampling inspection plan for variables when two points are fixed on the O.C. curve, lot is normally distributed with unknown s.d. and upper limit is specified.