

AC-2014

Seat No. _____

M. Com. (Part-I) Examination

April / May – 2003

Statistics : Paper – I

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 100

- સૂચના : (૧) દરેક પ્રશ્ન ૨૦ ગુણનો છે.
(૨) જમણી બાજુના અંક ગુણ દર્શાવે છે.
(૩) સાયન્ટિફિક ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરવાની પણ છૂટ છે.
(૪) આલેખપત્રો અને આંકડાકીય કોષ્ટકો માંગવાથી મળી રહેશે.

- ૧ (અ) સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો. તમારા જાણીતા વિવિધ સર્જક વિધેયો ટૂંકમાં ૮ સમજાવો.
(બ) પ્રથમ ચાર 'α' ની આસપાસની સાદી પ્રઘાતોને કેન્દ્રીય પ્રઘાતોનાં પદોમાં દર્શાવો. ૬

(ક) જો $P(X_0 = i) = \frac{1}{3}$, $i = 1, 2, 3$ અને $P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$ ૬

હોય તો $P(X_2 = i)$, $i = 1, 2, 3$ મેળવો.

અથવા

- ૧ (અ) માર્કોવ સાંકળ એટલે શું ? માર્કોવ સાંકળના કોઈ પણ બે ઉપયોગો સમજાવો. ૮
(બ) વ્યાખ્યા આપો : ૬
(૧) m -પગલાં સંક્રમણ સંભાવના શ્રેણિક
(૨) પ્રારંભિક સંભાવના વિતરણ
(૩) ચેપમેન-કોલ્મોગોરોવ સમીકરણ.

(ક) જો X નું સંભાવના વિતરણ $f(x) = \theta e^{-\theta X}$, $0 \leq X < \infty$ ૬
 $= 0$, અન્યથા

હોય તો X નું પ્રઘાત સર્જક વિધેય તેમજ $E(X)$ અને $V(X)$ મેળવો.

- ૨ (અ) બીટા પ્રકાર-૨ વિતરણ વ્યાખ્યાયિત કરો તેમજ તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. ૬
- (બ) ધારો કે બે ચલો X અને Y સંયુક્ત રીતે દ્વિચલીય પ્રામાણ્ય વિતરણને ૧૦
અનુસરે છે, જેના પ્રાયલો $\mu_1 = \mu_2 = 0$, $\sigma_1 = 4$, $\sigma_2 = 3$ અને
 $r(X, Y) = 0.8$ છે :
- (૧) X અને Y નું સંયુક્ત સંભાવના વિતરણ દર્શાવો.
- (૨) $f_1(X)$ અને $f_2(Y)$ મેળવો.
- (૩) $f(X/Y = 2)$ અને $f(Y/X = 3)$ મેળવો.
- (ક) χ^2 અને F વચ્ચેનો સંબંધ સમજાવો. ૪

અથવા

- ૨ (અ) સ્ટુડન્ટનો t -આગણક વ્યાખ્યાયિત કરો અને તેનું વિતરણ મેળવો. ૧૦
આ વિતરણની પ્રથમ ચાર કેન્દ્રીય પ્રઘાતો મેળવો.
- (બ) બહુપદી વિતરણનું પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો તેમજ તેનાં મધ્યકો, ૧૦
વિચરણો અને સહવિચરણો મેળવો.

- ૩ (અ) મહત્તમ વિસંભાવનાની રીત સમજાવો. મહત્તમ વિસંભાવના આગણકના ૧૦
ગુણધર્મો વિસ્તારથી સમજાવો. જો x_1, x_2, \dots, x_n એ

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}, \quad 0 < X \leq \theta, \theta > 0$$

$$= 0 \quad \text{અન્યથા}$$

માંથી લીધેલ યાદચ્છિક નિદર્શ હોય તો θ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણક મેળવો.

- (બ) ટૂંક નોંધ લખો : ૧૦
- (૧) પ્રઘાતોની રીત
- (૨) બે પ્રામાણ્ય વિતરણના મધ્યકોના તફાવત માટેનું અંતરિત આગણન.

અથવા

- ૩ (અ) ન્યૂનતમ વિચરણ અનભિનત આગણક એટલે શું ? $f(x, \theta)$, $a < \theta < b$ ના ૧૦
પ્રાયલ θ ના આગણકના વિચરણની નીચલી સીમા મેળવવાની રીત સમજાવો.

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}, \quad 0 < X < \infty, \theta > 0$$

માટે કેમર-રાવની નીચલી સીમા મેળવો.

- (બ) પ્રામાણ્ય વિતરણના મધ્યક માટે $100(1-\alpha)\%$ અંતરિત આગણન મેળવો, ૧૦
જ્યારે :
(૧) σ^2 જ્ઞાત હોય
(૨) σ^2 અજ્ઞાત હોય.

- ૪ (અ) આંકડાશાસ્ત્રીય તારવણી એટલે શું ? આગણનની રીત અને પરિકલ્પના ૧૦
પરીક્ષણની રીત વચ્ચેનો મૂળભૂત તફાવત સ્પષ્ટ કરો તેમજ
(૧) પ્રથમ તેમજ દ્વિતીય પ્રકારની ભૂલ
(૨) પરીક્ષણનું સામર્થ્ય અને
(૩) સાર્થકતાની કક્ષા
ની વ્યાખ્યાઓ આપો.

- (બ) જો X_1, X_2, \dots, X_n એ $N(\mu, \sigma^2)$ વાળી સમષ્ટિમાંથી લીધેલ ૧૦
યાદચ્છિક નિદર્શ હોય તો :
(૧) $H_0: \mu = \mu_0$ Vs. $H_1: \mu > \mu_0$, σ^2 જ્ઞાત
(૨) $H_0: \mu = \mu_0$ Vs. $H_1: \mu > \mu_0$, σ^2 અજ્ઞાત
ના પરીક્ષણ માટે વિસંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ મેળવો.

અથવા

- ૪ (અ) વિસંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ અને આનુક્રમિક સંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ ૧૦
વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ કરો. આનુક્રમિક વિસંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણની રીત
સમજાવો. તેમજ પોયસન વિતરણ માટે આનુક્રમિક વિસંભાવના ગુણોત્તર
પરીક્ષણ મેળવો.

- (બ) સાદી વિરુદ્ધ સાદી પરિકલ્પનાઓના પરીક્ષણ માટેનો નેયમાન-પિયરસનનો ૧૦
પ્રમેય લખો. $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ Vs. $H_1: \theta = \frac{3}{4}$ નું n કદવાળા યદચ્છ નિદર્શ
દ્વારા પરીક્ષણ કરો, જ્યાં નિદર્શ
 $f(x, \theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}$; $x = 0, 1$ $0 < \theta < 1$
માંથી લીધેલ છે તેમ જણાવેલ છે.

- ૫ (અ) પ્રાયોગિક યોજનાઓ એટલે શું ? પ્રાયોગિક યોજનાઓના ત્રણ મૂળભૂત સિદ્ધાંતો સમજાવો. આ સિદ્ધાંતો સંપૂર્ણ યાદચ્છિક યોજના તથા યાદચ્છિક બ્લોક યોજનામાં કઈ રીતે વપરાય છે તે સમજાવો. ૧૦
- (બ) એક નષ્ટ પ્લોટ ઊપજવાળી લેટિન ચોરસ યોજના માટે નષ્ટ પ્લોટનું આગણન કઈ રીતે કરશો તે સમજાવો. ૫
- (ક) એક યાદચ્છિક બ્લોક યોજના માટે નીચે મુજબનું વિચરણના પૃથક્કરણનું કોષ્ટક આપેલ છે. તેમાં ખૂટતી માહિતી મેળવો : ૫

ચલનું મૂળ	વર્ગોનો સરવાળો	સ્વાતંત્ર્યની માત્રા	સરેરાશ વર્ગોનો સરવાળો
બ્લોક	26.8	4	?
ટ્રિટમેન્ટ	?	3	?
ભૂલ	?	?	2.5
કુલ	85.3	?	

અથવા

- ૫ (અ) લેટિન ચોરસ યોજના અને યાદચ્છિક બ્લોક યોજના વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. ૮ લેટિન ચોરસ યોજના માટે વિચરણનું પૃથક્કરણ સમજાવો.
- (બ) એક યાદચ્છિક બ્લોક યોજનામાં એક પ્લોટની ઊપજ નષ્ટ છે જેની માહિતી ૬ નીચે મુજબ છે. નષ્ટ પ્લોટની ઊપજનો આગણક મેળવી આપેલ યોજના માટે વિચરણનું પૃથક્કરણ કરો :

બ્લોક				
માવજત	I	II	III	IV
1	5	*	9	11
2	12	14	13	19
3	6	15	6	11

- (ક) યાદચ્છિક બ્લોક યોજના અને સંપૂર્ણ યાદચ્છિક યોજનાની દક્ષતાઓની સરખામણી કરો. ૬

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (i) This question paper consists of 100 marks and **each** question carries 20 marks.
 - (ii) Figures on the **right** side indicates marks.
 - (iii) Use of scientific-calculator is also allowed.
 - (iv) Graph papers and statistical-tables will be supplied on demand.

- 1 (a) Define a Generating function. Describe briefly different generating functions known to you. 8
- (b) Derive the first four raw moments about 'a' in terms of central moments. 6

(c) If $P(X_0 = i) = \frac{1}{3}, i = 1, 2, 3$ and $P = \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}$ 6

obtain $P(X_2 = i), i = 1, 2, 3$.

OR

- 1 (a) What is a Markov chain ? Explain any two applications of Markov chain. 8
- (b) Define : 6
- (1) m -step transition probability matrix
 - (2) Initial probability distribution
 - (3) Chapman-Kolmogorov equation.

(c) If $f(x) = \theta e^{-\theta X}, 0 \leq X < \infty$ 6
 $= 0, \text{ Otherwise}$

is the p.d.f. of X , then obtain the moment generating function of X and also obtain $E(X)$ and $V(X)$.

- 2 (a) Define Beta Type-II distribution and obtain its mean and variance. 6
- (b) Let the random variable X and Y be assumed to have a joint Bivariate normal distribution with $\mu_1 = \mu_2 = 0, \sigma_1 = 4, \sigma_2 = 3$ and $r(X, Y) = 0.8$. 10

- (1) Write down the joint density function of X and Y .
- (2) Obtain $f_1(X)$ and $f_2(Y)$.
- (3) Obtain $f(X/Y = 2)$ and $f(Y/X = 3)$.

- (c) Explain the relationship between χ^2 and F . 4

OR

- 2** (a) Define students t -statistic and derive its distribution. Also derive first four central moments of this distribution. 10
- (b) Obtain the moment generating function of multinomial distribution. Also obtain its means, variances and covariances. 10

- 3** (a) Explain the method of Maximum Likelihood. Describe in detail, the properties of M.L.E. If X_1, X_2, \dots, X_n is a random sample drawn from the probability distribution :

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 < X \leq \theta, \theta > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

obtain MLE for θ .

- (b) Write short notes on : 10
- (1) Method of moments
 - (2) Confidence interval for the difference between the means of two Normal populations.

OR

- 3** (a) What is Minimum Variance Unbiased Estimator ? Explain the method of obtaining the lower limit of the variance of the estimate of the parameter θ for the distribution $f(x, \theta)$, $a < \theta < b$. Also obtain CRLB for

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}, \quad 0 < X < \infty, \theta > 0 .$$

- (b) Obtain $100(1-\alpha)\%$ confidence interval for the mean **10**
of the normal distribution when :
- (1) σ^2 is known
 - (2) σ^2 is unknown.
- 4 (a) What is Statistical Inference ? What is the basic **10**
difference between the theory of Estimation and the
theory of Testing of Hypothesis. Also Define :
- (1) Type-I and Type-II Error
 - (2) Power of the test and
 - (3) Level of significance with reference to the problem
of testing of Hypothesis.
- (b) Let $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. If x_1, x_2, \dots, x_n is a random **10**
sample from this population then obtain the Likelihood
Ratio Test for testing :
- (1) $H_0: \mu = \mu_0$ Vs. $H_1: \mu \neq \mu_0$, σ^2 is known
 - (2) $H_0: \mu = \mu_0$ Vs. $H_1: \mu \neq \mu_0$, σ^2 is unknown.

OR

- 4 (a) Explain the difference between Likelihood Ratio **10**
Test and sequential Probability Ratio Test. (SPRT).
Explain the test procedure of an SPRT. Also obtain an
SPRT for Poisson Distribution.
- (b) State Neyman-Pearson Theorem for testing a simple **10**
Vs. simple hypothesis. Find the Best Critical Region
for testing $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ Vs. $H_1: \theta = \frac{3}{4}$ using a random
sample of size n drawn from
- $$f(x, \theta) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}; \quad x = 0, 1 \quad 0 < \theta < 1.$$

- 5 (a) What do you mean by Design of Experiments ? 10
 Explain the three basic principles underlying design of experiments. Explain how these principles are applied in case of C.R.D. and R.B.D.
- (b) For a Latin Square Design (LSD) with one missing plot yield, explain the method of estimation of the missing yield. 5
- (c) The table of Analysis of variance of a Randomised Block Design is given below. Find the missing data : 5

Base of Variation	Sum of Squares	Degrees of freedom	Mean sum of squares
Block	26.8	4	?
Treatment	?	3	?
Error	?	?	2.5
Total	85.3	?	

OR

- 5 (a) Explain the difference between a Latin Square Design (LSD) and a Randomised Block Design (RBD). Explain the Analysis of Variance (ANOVA) for LSD. 8
- (b) The following data is for a Randomised Block Design with one missing plot yield. Obtain its estimate and carry out ANOVA for this design : 6

<i>Treatments</i>	<i>Blocks</i>			
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
1	5	*	9	11
2	12	14	13	19
3	6	15	6	11

- (c) Compare the efficiency of a Randomised Block Design with that of a Completely Randomised Design. 6