

**MC-I-04**

April-2007

**Statistics****Paper – I****(New Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 100**

- સૂચના :** (૧) દરેક પ્રશ્ન ૨૦ ગુણનો છે.  
 (૨) સાયન્ટિફિક ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરવાની છૂટ છે.  
 (૩) આલેખપત્રો અને આંકડાકીય કોષ્ટકો માંગવાથી મળી રહેશે.

૧. (અ) પદો સમજાવો :  
 (૧) સંભાવના સર્જક વિધેય  
 (૨) પ્રઘાત સર્જક વિધેય  
 (૩) લાક્ષણિક વિધેય  
 (બ) પ્રથમ ચાર 'a' ની આસપાસની સાદી પ્રઘાતોને કેન્દ્રીય પ્રઘાતોના પદોમાં લખો.  
 (ક) નીચે આપેલા સંક્રમણ સંભાવના શ્રેણિકવાળી માર્કોવ સાંકળ માટે 2-પગલાં સંક્રમણ સંભાવના શ્રેણિક મેળવો.

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**અથવા**

- (અ) પદો સમજાવો :  
 (૧) m-પગલાં સંક્રમણ સંભાવના શ્રેણિક  
 (૨) ચેપમેન કોલ્મોગોરોવ સમીકરણ  
 (૩) આગણક અને પ્રમાણિત ભૂલ  
 (બ) માર્કોવ સાંકળ એટલે શું ? માર્કોવ સાંકળના કોઈપણ બે ઉપયોગ સમજાવો.  
 (ક) કોઈ એક યાદચ્છિક ચલના યોગ પ્રઘાતો  $K_r = n(r-1)!$  છે. તેનું પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.
૨. (અ) બીટા પ્રકાર-I વિતરણ વ્યાખ્યાયિત કરો તેમજ તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.  
 (બ) બહુપદીય સંભાવના વિતરણનું પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો. તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.  
 (ક) જો x-પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલ હોય તો  $x^2$  નું વિતરણ 't' સ્વાતંત્ર્ય માત્રાવાળું  $\alpha^2$  વિતરણ છે તેમ સાબિત કરો.

**અથવા**

- (અ) સ્ટુડન્ટનો t-આગણક વ્યાખ્યાયિત કરો અને તેનું વિતરણ મેળવો. આ વિતરણની પ્રથમ ચાર કેન્દ્રીય પ્રઘાતો મેળવો.  
 (બ) જો ચલ x,  $N(0,1)$  મુજબ વિતરિત હોય, તો સાબિત કરો કે  $x^2/2, 1/2$  પ્રાયલ વાળો ગામા ચલ થશે.
૩. (અ) પ્રચલોના આગણન માટેના પ્રઘાતોની રીત સમજાવો. પ્રઘાતોની રીત વાપરીને સંભાવના વિધેય

$$f(x, \theta) = \begin{cases} (1-\theta)\theta^x, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{અન્યત્ર} \end{cases}$$

માં ના પ્રચલ  $\theta$  નું આગણન કરો.

- (બ) બે પ્રામાણ્ય વિતરણના મધ્યકોના તફાવત માટેનું અંતરિત આગણન સમજાવો.

**અથવા**

- (અ) લઘુત્તમ વિચરણ અનભિનત આગણક એટલે શું ? આગણકના વિચરણની નીચલી સીમા મેળવવાની રીત સમજાવો.
- (બ) સાબિત કરો કે, જો  $T_n$ ,  $\theta$  નો અનભિનત આગણક હોય અને જો જેમ  $n \rightarrow \infty$ , તેમ  $\sigma_n^2 = \text{var}(T_n) \rightarrow 0$ , તો  $T_n$ ,  $\theta$  નો સંગત આગણક છે.
- (ક) પ્રધાતોની રીત સમજાવો.

૪. (અ) નીચેના પદો સમજાવો :

- (૧) પ્રથમ અને દ્વિતીય પ્રકારની ભૂલ  
 (૨) નિરાકરણીય અને વૈકલ્પિક પરિકલ્પનાઓ  
 (૩) પરીક્ષણનું સામર્થ્ય

(બ) નેમન-પેયર્સન પ્રમેયકા લખો અને તેનો ઉપયોગ કરી પોયસન વિતરણ

$$f(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \infty, \lambda > 0$$

માંથી લીધેલ  $\eta$  કદવાળા યાદચ્છિક નિદર્શનો મધ્યક ( $\bar{x}$ ) છે.

સાબિત કરો કે  $H_0: \lambda = \lambda_0$  વિરુદ્ધ  $H_1: \lambda = \lambda_1$  ના પરીક્ષણ માટે  $\alpha$  કરતાં વધારે કદ ન હોય તેવા શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશનું સ્વરૂપ નીચે પ્રમાણે છે.

$$\bar{x} \leq a, \quad \text{જો } \lambda_0 > \lambda_1$$

$$\bar{x} \geq b, \quad \text{જો } \lambda_0 < \lambda_1$$

અથવા

- (અ) વિસંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ અને આનુક્રમિક સંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ કરો. આનુક્રમિક સંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણની રીત સમજાવો. તેમજ પોયસન વિતરણ માટે આનુક્રમિક સંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ મેળવો.
- (બ) પોયસન વિતરણ માટે ક્રિયાલક્ષણ વક્ર (OC) અને સરેરાશ નિદર્શ સંખ્યા (ASN) વિધેય મેળવો.

૫. (અ) અવનવી પ્રયોગ રચના એટલે શું ?  $2^3$  અવનવી પ્રયોગ રચનાનું પૃથક્કરણ કરો.

(બ) નીચેની લેટીન ચોરસ રચનાનું પૃથક્કરણ કરો.

6 A	5 B	8 C	9 D
8 B	4 C	6 D	9 A
7 C	6 D	10 A	6 B
5 D	10 A	9 B	8 C

અથવા

- (અ) પ્રાયોગિક યોજનાઓ એટલે શું ? પ્રાયોગિક યોજનાઓના ત્રણ મૂળભૂત સિદ્ધાંતો સમજાવો. આ સિદ્ધાંતો યાદચ્છિક બ્લોક યોજનામાં કઈ રીતે વપરાય છે, તે સમજાવો.
- (બ) સંપૂર્ણ યાદચ્છિક યોજના અને યાદચ્છિક બ્લોક યોજના વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. તેમજ યાદચ્છિક બ્લોક યોજના માટેનું વિચરણનું પૃથક્કરણ સમજાવો.

**MC-I-04**

April-2007

**Statistics****Paper – I****(New Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 100**

- Instructions :** (1) Each question carries 20 marks.  
 (2) Use of Scientific calculator is allowed.  
 (3) Graph papers and statistical tables will be supplied on demand.

1. (a) Explain terms :  
 (1) Probability generating function.  
 (2) Moment generating function.  
 (3) Characteristic function.  
 (b) Derive the first four raw moments about 'a' in terms of central moments.  
 (c) For the following given Markov chain transition probability matrix, obtain the 2-step transition probability matrix.

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**OR**

- (a) Explain the terms :  
 (1) m–step transition probability matrix.  
 (2) Chapman–Kolmogorov equation.  
 (3) Statistic and standard error.  
 (b) What is a Markov chain ? Explain any two applications of Markov chain.  
 (c) The  $r^{\text{th}}$  cumulant of a random variable is  $K_r = n(r - 1)!$ . Obtain its moment generating function.
2. (a) Define Beta–type–I distribution and obtain its mean and variance.  
 (b) Obtain moment generating function of multinomial probability distribution. Obtain its mean and variance.  
 (c) If  $x$  is standard normal variate, then prove that the distribution of  $x^2$  is a  $\alpha^2$  distribution with 't' degrees of freedom.

**OR**

- (a) Define students t-statistic and derive its distribution. Also derive first four central moments of this distribution.  
 (b) If  $x$ -variate is distributed as  $N(0,1)$  then show that  $x^2/2$  is a gamma variate with parameter  $1/2$ .
3. (a) Explain the method of moments for parameter estimation. Using the method of moments, estimate parameter  $\theta$  of probability function :

$$f(x, \theta) = \begin{cases} (1 - \theta)\theta^x, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (b) Explain the confidence interval for the difference between the means of two normal populations.

**OR**

- (a) What is minimum variance unbiased estimate ? Explain the method of obtaining lower limit of the variance of the estimate.
- (b) If  $T_n$  is an unbiased estimate of  $\theta$  and if as  $n \rightarrow \infty$ , then  $\sigma_n^2 = \text{var}(T_n) \rightarrow 0$ , then prove that  $T_n$  is a consistent estimate of  $\theta$ .
- (c) Explain the method of moments.

4. (a) Explain the following terms :
- (1) Type-I and Type-II errors.
  - (2) Null and Alternative hypothesis.
  - (3) Power of a test.
- (b) State Neyman-Pearson Lemma. By using this, the mean ( $\bar{x}$ ) of a random sample of size  $n$  taken from a poisson distribution.

$$f(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \infty, \lambda > 0.$$

Then prove that the best critical region of size  $\alpha$  for testing the hypothesis  $H_0: \lambda = \lambda_0$  Vs  $H_1: \lambda = \lambda_1$  are

$$\bar{x} \leq a, \text{ if } \lambda_0 > \lambda_1$$

$$\bar{x} \geq b, \text{ if } \lambda_0 < \lambda_1$$

**OR**

- (a) Explain the difference between Likelihood Ratio Test and Sequential Probability Ratio Test (SPRT). Explain the test procedure of SPRT. Also obtain SPRT for poisson distribution.
- (b) Obtain operating characteristic (OC) and average sample number (ASN) function for poisson distribution.
5. (a) What is factorial experiment ? Give an analysis of  $2^3$  factorial experimental design.
- (b) Analyse the following Latin Square Design :

6 A	5 B	8 C	9 D
8 B	4 C	6 D	9 A
7 C	6 D	10 A	6 B
5 D	10 A	9 B	8 C

**OR**

- (a) What do you mean by Design of Experiment ? Explain the three basic principles underlying in design of experiments. Explain how these principles are applied in case of Randomized Block Design (RBD).
- (b) Explain the differences between CRD and RBD. Explain the Analysis of variance (ANOVA) for RBD.

**MC-I-04**

April-2007

**Statistics****Paper – I****(Old Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 100**

- સૂચના : (૧) આ પ્રશ્નપત્ર ૧૦૦ ગુણનું છે. દરેક પ્રશ્ન ૨૦ ગુણનો છે.  
 (૨) સાયન્ટિફિક ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરવાની છૂટ છે.  
 (૩) આલેખપત્રો અને આંકડાકીય કોષ્ટકો માંગવાથી મળી રહેશે.

૧. (અ) નિચેના પદો સમજાવો :

- (૧) સંભાવના સર્જક વિધેય  
 (૨) પ્રઘાત સર્જક વિધેય  
 (૩) લાક્ષણિક વિધેય

(બ) પ્રથમ ચાર 'a' ની આસપાસની સાદી પ્રઘાતોને કેન્દ્રીય પ્રઘાતોના પદોમાં દર્શાવો.

(ક) નીચે આપેલા સંક્રમણ સંભાવના શ્રેણિકવાળી માર્કોવ સાંકળ માટે 2-પગલાં સંક્રમણ સંભાવના શ્રેણિક મેળવો.

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

**અથવા**

(અ) નિચેના પદો સમજાવો :

- (૧) m-પગલાં સંક્રમણ સંભાવના શ્રેણિક  
 (૨) ચેપમેન – કોલ્મોગોરોવ સમીકરણ  
 (૩) આગણક અને પ્રમાણિત ભૂલ

(બ) માર્કોવ સાંકળ એટલે શું? માર્કોવ સાંકળના કોઈપણ બે ઉપયોગો સમજાવો.

(ક) નિદર્શ મધ્યકની પ્રમાણિત ભૂલ મેળવો (જ્યાં  $V(X_i) = \sigma^2$ ,  $(i = 1, 2, \dots, n)$ ).

૨. (અ) બીટા પ્રકાર-I વિતરણ વ્યાખ્યાયિત કરો તેમજ તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

(બ) બહુપદીય સંભાવના વિતરણનું પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો. તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

(ક) જો x પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલ હોય તો  $x^2$  નું વિતરણ 't' સ્વાતંત્ર્યમાત્રાવાળું  $\alpha^2$  – વિતરણ છે તેમ સાબિત કરો.**અથવા**

(અ) સ્ટુડન્ટનો t-આગણક વ્યાખ્યાયિત કરો અને તેનું વિતરણ મેળવો. આ વિતરણની પ્રથમ ચાર કેન્દ્રીય પ્રઘાતો મેળવો.

(બ) F-વિતરણનો બહુલક મેળવો.

૩. (અ) પ્રચલોના આગણન માટેના પ્રઘાતોની રીત સમજાવો. પ્રઘાતોની રીત વાપરીને સંભાવના વિધેય

$$f(x, \theta) = \begin{cases} (1 - \theta)\theta^x, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{અન્યત્ર} \end{cases}$$

માં ના પ્રચલ  $\theta$  નું આગણન કરો.

(બ) બે પ્રમાણ્ય વિતરણના મધ્યકોના તફાવત માટેનું અંતરિત આગણન સમજાવો.

**અથવા**

- (અ) લઘુત્તમ વિચરણ અનભિનત આગણક એટલે શું ? આગણકના વિચરણની નીચલી સીમા મેળવવાની રીત સમજાવો.
- (બ) પ્રઘાતોની રીત સમજાવો.
- (ક) નીચેના પદો સમજાવો.
- (૧) અનભિનતતા
- (૨) સંગતતા
- (૩) પર્યાપ્તતા
- (૪) દક્ષતા

૪. (અ) નીચેના પદો સમજાવો :

- (૧) પરીક્ષણનું સામર્થ્ય
- (૨) શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશ
- (૩) પ્રથમ અને દ્વિતીય પ્રકારની ભૂલ

(બ) નેમન-પિયરસન પ્રમેયકા લખો અને તેનો ઉપયોગ કરી પોયસન વિતરણ

$$f(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \infty, \quad \lambda > 0.$$

માંથી લીધેલ  $n$  કદવાળા યાદચ્છિક નિદર્શનો મધ્યક ( $\bar{x}$ ) છે.

સાબિત કરો કે  $H_0: \lambda = \lambda_0$  વિરુદ્ધ  $H_1: \lambda = \lambda_1$  ના પરીક્ષણ માટે  $\alpha$  કરતાં વધારે કદ ન હોય તેવા શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશનું સ્વરૂપ નીચે પ્રમાણે છે.

$$\bar{x} \leq a, \quad \text{જો } \lambda_0 > \lambda_1$$

$$\bar{x} \geq b, \quad \text{જો } \lambda_0 < \lambda_1$$

#### અથવા

- (અ) વિસંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ અને આનુક્રમિક સંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ કરો. આનુક્રમિક સંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણની રીત સમજાવો. તેમજ પોયસન વિતરણ માટે આનુક્રમિક સંભાવના ગુણોત્તર પરીક્ષણ મેળવો.
- (બ) પોયસન વિતરણ માટે ક્રિયા લક્ષણ વક્ર (OC) અને સરેરાશ નિદર્શ સંખ્યા (ASN) વિધેય મેળવો.

૫. (અ) નષ્ટ પ્લોટની રીત એટલે શું ? યાદચ્છિક બ્લોક યોજનામાં એક પ્લોટની ઉપજ નષ્ટ થઈ છે, તે માટેની નષ્ટ પ્લોટની રીત સમજાવો.
- (બ) નીચેની લેટીન ચોરસ રચનાનું પૃથક્કરણ કરો.

6	5	8	9
A	B	C	D
8	4	6	9
B	C	D	A
7	6	10	6
C	D	A	B
5	10	9	8
D	A	B	C

#### અથવા

- (અ) પ્રાયોગિક યોજનાઓ એટલે શું ? પ્રાયોગિક યોજનાઓના ત્રણ મૂળભૂત સિદ્ધાંતો સમજાવો. આ સિદ્ધાંતો યાદચ્છિક બ્લોક યોજનામાં કઈ રીતે વપરાય છે, તે સમજાવો.
- (બ) સંપૂર્ણ યાદચ્છિક યોજના અને યાદચ્છિક બ્લોક યોજના વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. તેમજ યાદચ્છિક બ્લોક યોજના માટેનું વિચરણનું પૃથક્કરણ સમજાવો.

**MC-I-04**

April-2007

**Statistics****Paper – I****(Old Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 100**

- Instructions :** (1) Each question carries 20 marks.  
 (2) Use of Scientific calculator is allowed.  
 (3) Graph papers and statistical tables will be supplied on demand.

1. (a) Explain the following terms :  
 (1) Probability generating function.  
 (2) Moment generating function.  
 (3) Characteristic function.  
 (b) Derive the first four raw moments about 'a' in terms of central moments.  
 (c) For the following given Markov chain transition probability matrix, obtain the 2–step transition probability matrix.

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

**OR**

- (a) Explain the following terms :  
 (1) m–step transition probability matrix.  
 (2) Chapman–kolmogorov equation.  
 (3) Statistic and standard error.  
 (b) What is a Markov chain ? Explain any two applications of Markov chain.  
 (c) Obtain the standard error of a mean (where  $V(X_i) = \sigma^2$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ )).
2. (a) Define Beta–type–I distribution and obtain its mean and variance.  
 (b) Obtain moment generating function of multinomial probability distribution. Obtain its mean and variance.  
 (c) If  $x$  is standard normal variate, then prove that the distribution of  $x^2$  is a  $\chi^2$  distribution with 't' degrees of freedom.

**OR**

- (a) Define students t–statistic and derive its distribution. Also derive first four central moments of this distribution.  
 (b) Obtain the mode of F – distribution.

3. (a) Explain the method of moments for parameter estimation. Using the method of moments, estimate parameter  $\theta$  of probability function :

$$f(x, \theta) = \begin{cases} (1 - \theta)\theta^x, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (b) Explain the confidence interval for the difference between the means of two normal populations.

**OR**

- (a) What is minimum variance unbiased estimate ? Explain the method of obtaining lower limit of the variance of the estimate.
- (b) Explain the method of moments.
- (c) Explain the following terms :
  - (1) Unbiasedness.
  - (2) Consistency.
  - (3) Sufficiency.
  - (4) Efficiency.

4. (a) Explain the following terms :
- (1) Power of a test.
  - (2) Best critical region.
  - (3) Type-I and Type-II errors.
- (b) State Neyman-Pearson Lemma. By using this, the mean ( $\bar{x}$ ) of a random sample of size n taken from a poisson distribution.

$$f(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \infty, \quad \lambda > 0.$$

Then prove that the best critical region of size  $\alpha$  for testing the hypothesis  $H_0: \lambda = \lambda_0$  Vs  $H_1: \lambda = \lambda_1$  are

$$\bar{x} \leq a, \quad \text{if } \lambda_0 > \lambda_1$$

$$\bar{x} \geq b, \quad \text{if } \lambda_0 < \lambda_1$$

**OR**

- (a) Explain the difference between Likelihood Ratio Test and Sequential Probability Ratio Test (SPRT). Explain the test procedure of SPRT. Also obtain SPRT for poisson distribution.
- (b) Obtain operating characteristic (OC) and average sample number (ASN) function for poisson distribution.

5. (a) What is missing plot technique ? Explain missing plot technique for Randomised Block Design (RBD) in which yield of one plot is missing.
- (b) Analyse the following Latin Square Design :

6	5	8	9
A	B	C	D
8	4	6	9
B	C	D	A
7	6	10	6
C	D	A	B
5	10	9	8
D	A	B	C

**OR**

- (a) What do you mean by Design of Experiment ? Explain the three basic principles underlying in design of experiments. Explain how these principles are applied in case of Randomized Block Design (RBD).
- (b) Explain the difference between CRD and RBD. Explain the Analysis of variance (ANOVA) for RBD.