

Seat No: \_\_\_\_\_

# FC-11

## Advanced Statistics-I (Principal) (Old Course)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

ભૂચના : (૧) જ માણી બાજુ દર્શાવેલ અંકો ગુણી દર્શાવે છે.  
(૨) સાદા ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરી શકશો.

૧. (અ) વિકલનની વ્યાખ્યા આપી તેનાં નિયમો જણાવો. ૪

$$(બ) f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 16}; \quad x \neq 16$$

$$= \frac{1}{8} ; \quad x = 16$$

$x = 16$  આગળ સાતત્ય ચાર્ચો.

(ક) નીચેનાની કિંમત શોધો : (ગમે તે બે) : ૫

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 7x - 8}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^3 - 27}}{\sqrt{x - 3}}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 0} 3 + \frac{4}{2 - \sqrt[7]{x}}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-5)(x+4)}{2x^2 + 7x + 8}$$

અથવા

૧. (અ) વિધેયના પ્રકાર ઉદાહરણ આપી સમજાવો. ૪

(બ) જો  $f(x) = x^3$  હોય તો સાબિત કરો કે

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+4) - f(x-4)}{x^2} = 24$$

(ક) નીચેના વિધેયોનું x ની સાપેક્ષમાં વિકલન કરો. (ગમે તે બે) :

૫

$$(i) \quad y = (3x^2 + 2x - 1) (4x^2 - 3x + 5)$$

$$(ii) \quad y = \log \{ e^x \cdot 3^x \cdot x^2 \}$$

$$(iii) \quad y = e^{5x^2 + 8x - 7}$$

$$(iv) \quad y = \frac{(x^2 + 5x - 7)}{(x^2 - 4x + 3)}$$

૨. (અ) સાબિત કરો કે  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

૪

(બ) એક ડબ્બામાં 3 કાળા અને 2 સફેદ દડા છે. તેમાંથી 2 દડા લેવામાં આવે છે. પ્રત્યેક સફેદ દડા દીઠ રૂ. 36 મળતા હોય અને જો રમત સમતોલ રાખવી હોય તો પ્રત્યેક કાળા દડા દીઠ કેટલા રૂપિયા ચૂકવવા જોઈએ ?

૪

(ક) (૧) બે નિરપેક્ષ સાક્ષીઓ A અને B સાચું બોલે તેની સંભાવના અનુક્રમે 0.6 અને 0.3 છે. જો તેઓ બંને એક વિધાન માટે સહમત થતાં હોય, તો વિધાન સાચું હોવાની સંભાવના શોધો. ૫

(૨) ત્રણ સમધન પાસાઓને ઉછાળતાં સરવાળો '15' આવે તેની સંભાવના શોધો.

અથવા

૨. (અ) સાબિત કરો કે  $V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$

૪

(બ) નીચેની આવૃત્તિ વિતરણ માટે પ્રથમ ચાર સાદી પ્રધાતો, મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

૪

x	21	22	23	24	25
f	3	7	9	4	2

(ક) યદૃચ્છ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે.

૫

$X_i$ :	5	6	7	8	9	10
$P_i$ :	0.05	p	0.3	4p	0.1	0.05

તે ઉપરથી (i) p ની કિંમત (ii)  $E(2x - 3)$  (iii)  $V(3x + 2)$  શોધો.

૩. (અ) પોયસન વિતરણનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

૪

(બ) એક પોયસન વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે.

૪

$$p(x) = e^{-3} \frac{(3)^x}{x!} \quad \text{તે ઉપરથી } p(0 \leq x \leq 3) \text{ શોધો.$$

$$(e^{-3} = 0.0498)$$

- (ક) 6 સમધન પાસાઓને 729 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો બેકી નંબરોને સફળતા ગણવામા આવે, તો સફળતાની જુદી જુદી સંખ્યાઓ માટે અપેક્ષિત આવૃત્તિઓ શોધો. ૫

અથવા

૩. (અ) દ્વિપદીવિતરણના ગુણધર્મો જણાવો. ૪
- (બ) અતિગુણોત્તાર વિતરણ અથવા દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક મેળવો. ૪
- (ક) (૧) વસ્તીનો અડધો ભાગ માંસાહારી છે, તેમ ધારી 200 નિરીક્ષકોમાંથી દરેક 10 વ્યક્તિઓના નિર્દર્શમાં કેટલાં આગાંકોને ઓછામાં ઓછા 7 વ્યક્તિઓ માંસાહારી મળશે ? ૫
- (૨) જો એક પોયસન ચલ  $x$  માટે  $p(x = 3) = 5 p(x = 5)$  હોય તો,  
 $p(0 \leq x \leq 3)$  શોધો.  $e^{-m} = 0.1353$

૪. (અ) નિર્ણયના સિદ્ધાંતના ઘટકો સમજાવો. ૪
- (બ) નીચેના વળતર શ્રેષ્ઠિક ઉપરથી EMV ને આધારે શ્રેષ્ઠ વ્યુહ નક્કી કરો. ૪

વ્યુહ					
ઘટના	સંભાવના	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$E_1$	0.40	10	30	20	40
$E_2$	0.50	40	50	40	20
$E_3$	0.10	30	60	30	10

- (ક) નીચેના વળતર શ્રેષ્ઠિક માટે ૫
- (૧) ગુરુ-લઘુ સિદ્ધાંત (૨) ગુરુ-ગુરુ સિદ્ધાંત (૩) લાલ્ખાસ સિદ્ધાંત
- (૪) હોર્નિંગના સિદ્ધાંત અનુસાર, શ્રેષ્ઠ વ્યુહ નક્કી કરો.

$$\text{જ્યાં } \alpha = 0.6$$

વ્યુહ				
ઘટના	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$S_1$	2	6	8	10
$S_2$	5	3	0	6
$S_3$	9	2	5	1
$S_4$	4	6	5	10

અથવા

૪. (અ) પર્ટ એટલે શું ? પર્ટના લક્ષણો જણાવો. ૪
- (બ) કોઈ એક યોજનાની એક પ્રવૃત્તિ માટે આશાવાદી સમય 5 કલાક, નિરાશાવાદી સમય 10 કલાક અને વધુમાં વધુ સંભવિત સમય 4 કલાક છે. તો તે પ્રવૃત્તિ માટે અપેક્ષિત સમય શોધો. ૪
- (ક) નીચેની યોજના માટે પર્ટનો નકશો તૈયાર કરો અને કટોકટીપૂર્ણ માર્ગ શોધો. ૫

પ્રવૃત્તિ	1-2	1-3	2-3	2-4	3-4	4-5
સમય	10	5	8	12	6	4

૫. (અ) પુરવણી રહિત સરળ આક્સિમક નિદર્શન પદ્ધતિ માટે સાબિત કરો કે ૫

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot S^2 / n$$

- (બ) એક સમાચિનાં પાંચ અવલોકનો 3, 5, 8, 9, 10 છે. તેમાંથી પુરવણી વગર બે કદના નિદર્શો લઈ નીચેનાં પરિણામો ચકાસો. ૮

(i)  $E(\bar{y}) = \bar{Y}$

(ii)  $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot S^2 / n$

અથવા

૫. (અ) સ્તરિત નિદર્શન પદ્ધતિ સમજાવો. ૩
- (બ) સારા નમૂનાનાં લક્ષણો જણાવો. ૩
- (ક) નીચેનાં દરેક સ્તરમાંથી પ્રમાણસર ફાળવણી હેઠળ 10% ના સ્તરિત નિદર્શો લેવામાં આવે છે. સ્તરિત યદૃચ્છ નિદર્શના મધ્યકનું વિચરણ અને સમાચિત મધ્યક શોધો. ૮

સ્તર	એકમોની સંખ્યા	સ્તરનો મધ્યક	સ્તરનું વિચરણ
1	200	40	4
2	100	45	1
3	300	50	9
4	400	20	10

Seat No:\_\_\_\_\_

# FC-11

## Advanced Statistics-I (Principal) (Old Course)

Time : 3 Hours

[Max. Marks : 70]

**Instructions:** (1) Figures to the righthand side indicate marks.  
(2) Use of simple calculator is allowed.

1. (a) Define differentiation and its rules. 4

(b)  $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x-16}; \quad x \neq 16$  4

$$= \frac{1}{8} \quad ; \quad x = 16$$

Discuss the continuity  $x = 16$

(c) Find out the value of the following (any **two**) : 6

(i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 7x - 8}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^3 - 27}}{\sqrt{x-3}}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} 3 + \frac{4}{2 - \sqrt[7]{x}}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-5)(x+4)}{2x^2 + 7x + 8}$

## OR

(a) Explain the types of function with illustrations 4

(b) If  $f(x) = x^3$ , then prove that 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+4) - f(x-4)}{x^2} = 24$$

- (c) Differentiate the following functions with respect to  $x$  (Any **two**) : **6**
- (i)  $y = (3x^2 + 2x - 1)(4x^2 - 3x + 5)$
- (ii)  $y = \log \{ e^x 3^x x^2 \}$
- (iii)  $y = e^{5x^2 + 8x - 7}$
- (iv)  $y = \frac{(x^2 + 5x - 7)}{(x^2 - 4x + 3)}$

2. (a) Prove that :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  **4**
- (b) There are 3 black and 2 white balls in a box. 2 balls are taken from the box. Rs. 36 is given for each white ball. What amount should be charged for each black ball, so that the game is fair ? **4**
- (c) (1) The probability that A and B witnesses speak truth are 0.6 and 0.3 respectively. If they agree to a statement, then find the probability of the statement being true. **6**
- (2) Three dice are thrown. Find the probability of getting a total of '15'.

**OR**

2. (a) Prove that  $V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$  **4**
- (b) For the following frequency distribution, find out the first four raw moments, mean and variance. **4**

x :	21	22	23	24	25
f :	3	7	9	4	2

- (c) The probability distribution of a random variable  $x$  is as follows : **6**

$x_i$ :	5	6	7	8	9	10
$p_i$ :	0.05	$p$	0.3	$4p$	0.1	0.05

Find out (i) Value of  $p$  (ii)  $E(2x - 3)$  (iii)  $V(3x + 2)$ .

3. (a) Obtain mean and variance of Poisson distribution. **4**
- (b) The probability mass function of a poisson distribution is as follows: **4**
- $$P(x) = e^{-3} \frac{(3)^x}{x!}$$
- From that, obtain  $P(0 \leq x \leq 3)$
- $(e^{-3} = 0.0498)$

- (c) Six cubical dice are thrown for 729 times. If the even numbers regarded as success, find expected frequencies of different number of success. 6

**OR**

- (a) Describe the properties of binomial distribution. 4
- (b) Obtain mean of hypergeometric distribution OR binomial distribution. 4
- (c) (i) Assuming that half of the population is non-vegetarian, how many investigators out of 200 will report that at least 7 persons are non-vegetarian if each one of them takes a sample of 10 individuals ? 6
- (ii) If for a Poisson variate  $x$ ,  $P(x = 3) = 5 P(x = 5)$ ,  
 find  $P(0 \leq x \leq 3)$   
 $e^{-m} = 0.1353$

4. (a) Explain the components of decision theory. 4
- (b) Find the best strategy by using EMV principle for the following pay off matrix : 4

Strategy					
Event	Probability	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$E_1$	0.40	10	30	20	40
$E_2$	0.50	40	50	40	20
$E_3$	0.10	30	60	30	10

- (c) Determine the best strategy for the following pay-off matrix according to (1) Maxi.-Min. principle (2) Maxi.-Maxi. principle (3) Laplace principle (4) Horwitz principle (where  $\alpha = 0.6$ ) 6

Strategy				
Event	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$S_1$	2	6	8	10
$S_2$	5	3	0	6
$S_3$	9	2	5	1
$S_4$	4	6	5	10

**OR**

- (a) Explain the meaning of PERT and give its characteristics. 4
- (b) For an activity of a project the optimistic time is 5 hours, pessimistic time is 12 hours and the most likely time is 10 hours. Find the expected time of the activity. 4
- (c) Prepare a PERT-diagram for the following project and determine critical path. 6

Activity	1-2	1-3	2-3	2-4	3-4	4-5
Time (hrs.)	10	5	8	12	6	4

5. (a) For simple random sampling without replacement method prove that : 6

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n}$$

- (b) 3, 5, 8, 9, 10 are the observations of a population. Verify the following results by taking samples of size 2 units without replacement : 8

$$(i) \quad E(\bar{y}) = \bar{Y} \quad (ii) \quad V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{s^2}{n}$$

**OR**

- (a) Describe stratified random sampling. 3
- (b) State the characteristics of a good sample. 3
- (c) From the following, each stratum of 10% stratified random samples are taken under the proportion allocation. Find the variance of stratified mean and the population mean. 8

Stratum	No. of units	Stratum mean	Stratum variance
1	200	40	4
2	100	45	1
3	300	50	9
4	400	20	10