

FC-11**Advanced Statistics-I (Principal)****(Old Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

- સૂચના : (૧) જમણી બાજુ દર્શાવેલ અંકો ગુણ દર્શાવે છે.
(૨) સાદા ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

૧. (અ) વિકલનની વ્યાખ્યા આપી તેનાં નિયમો જણાવો. ૪

(બ) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 16}; \quad x \neq 16$ ૪

$$= \frac{1}{8}; \quad x = 16$$

$x = 16$ આગળ સાતત્ય ચર્ચો.

(ક) નીચેનાની કિંમત શોધો : (ગમે તે બે) : ૬

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 7x - 8}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^3 - 27}}{\sqrt{x - 3}}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} 3 + \frac{4}{2 - \frac{7}{x}}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-5)(x+4)}{2x^2 + 7x + 8}$

અથવા

૧. (અ) વિધેયના પ્રકાર ઉદાહરણ આપી સમજાવો. ૪

(બ) જો $f(x) = x^3$ હોય તો સાબિત કરો કે ૪

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+4) - f(x-4)}{x^2} = 24$$

(ક) નીચેના વિધેયોનું x ની સાપેક્ષમાં વિકલન કરો. (ગમે તે બે) : ૬

(i) $y = (3x^2 + 2x - 1)(4x^2 - 3x + 5)$

(ii) $y = \log \{e^x \cdot 3^x \cdot x^2\}$

(iii) $y = e^{5x^2+8x-7}$

(iv) $y = \frac{(x^2 + 5x - 7)}{(x^2 - 4x + 3)}$

૨. (અ) સાબિત કરો કે $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ૪

(બ) એક ડબ્બામાં ૩ કાળા અને ૨ સફેદ દડા છે. તેમાંથી ૨ દડા લેવામાં આવે છે. પ્રત્યેક સફેદ દડા દીઠ રૂા. ૩૬ મળતા હોય અને જો રમત સમતોલ રાખવી હોય તો પ્રત્યેક કાળા દડા દીઠ કેટલા રૂપિયા ચૂકવવા જોઈએ ? ૪

(ક) (૧) બે નિરપેક્ષ સાક્ષીઓ A અને B સાચું બોલે તેની સંભાવના અનુક્રમે ૦.૬ અને ૦.૩ છે. જો તેઓ બંને એક વિધાન માટે સહમત થતાં હોય, તો વિધાન સાચું હોવાની સંભાવના શોધો. ૬

(૨) ત્રણ સમઘન પાસાઓને ઉછાળતાં સરવાળો ‘૧૫’ આવે તેની સંભાવના શોધો.

અથવા

૨. (અ) સાબિત કરો કે $V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$ ૪

(બ) નીચેની આવૃત્તિ વિતરણ માટે પ્રથમ ચાર સાદી પ્રઘાતો, મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. ૪

x	21	22	23	24	25
f	3	7	9	4	2

(ક) યદૃચ્છ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે. ૬

X_i	5	6	7	8	9	10
P_i	0.05	p	0.3	4p	0.1	0.05

તે ઉપરથી (i) p ની કિંમત (ii) $E(2x - 3)$ (iii) $v(3x + 2)$ શોધો.

૩. (અ) પોયસન વિતરણનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. ૪

(બ) એક પોયસન વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે. ૪

$p(x) = e^{-3} \frac{(3)^x}{x!}$ તે ઉપરથી p ($0 \leq x \leq 3$) શોધો.

($e^{-m} = 0.0498$)

- (ક) 6 સમઘન પાસાઓને 729 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો બેકી નંબરોને સફળતા ગણવામાં આવે, તો સફળતાની જુદી જુદી સંખ્યાઓ માટે અપેક્ષિત આવૃત્તિઓ શોધો. ૬

અથવા

૩. (અ) દ્વિપદીવિતરણના ગુણધર્મો જણાવો. ૪
 (બ) અતિગુણોત્તર વિતરણ અથવા દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક મેળવો. ૪
 (ક) (૧) વસ્તીનો અડધો ભાગ માંસાહારી છે, તેમ ધારી 200 નિરીક્ષકોમાંથી દરેક 10 વ્યક્તિઓના નિદર્શમાં કેટલાં આગણકોને ઓછામાં ઓછા 7 વ્યક્તિઓ માંસાહારી મળશે ? ૬
 (૨) જો એક પોયસન ચલ x માટે $p(x = 3) = 5 p(x = 5)$ હોય તો, $p(0 \leq x \leq 3)$ શોધો. $e^{-m} = 0.1353$

૪. (અ) નિર્ણયના સિદ્ધાંતના ઘટકો સમજાવો. ૪
 (બ) નીચેના વળતર શ્રેણિક ઉપરથી EMV ને આધારે શ્રેષ્ઠ વ્યુહ નક્કી કરો. ૪

વ્યુહ					
ઘટના	સંભાવના	A_1	A_2	A_3	A_4
E_1	0.40	10	30	20	40
E_2	0.50	40	50	40	20
E_3	0.10	30	60	30	10

- (ક) નીચેના વળતર શ્રેણિક માટે ૬
 (૧) ગુરૂ-લઘુ સિદ્ધાંત (૨) ગુરૂ-ગુરૂ સિદ્ધાંત (૩) લાખ્વાસ સિદ્ધાંત
 (૪) હોર્વિઝના સિદ્ધાંત અનુસાર, શ્રેષ્ઠ વ્યુહ નક્કી કરો.

જ્યાં $\alpha = 0.6$

વ્યુહ				
ઘટના	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	2	6	8	10
S_2	5	3	0	6
S_3	9	2	5	1
S_4	4	6	5	10

અથવા

૪. (અ) પર્ટ એટલે શું ? પર્ટના લક્ષણો જણાવો. ૪
- (બ) કોઈ એક યોજનાની એક પ્રવૃત્તિ માટે આશાવાદી સમય 5 કલાક, નિરાશાવાદી સમય 10 કલાક અને વધુમાં વધુ સંભવિત સમય 4 કલાક છે. તો તે પ્રવૃત્તિ માટે અપેક્ષિત સમય શોધો. ૪
- (ક) નીચેની યોજના માટે પર્ટનો નકશો તૈયાર કરો અને કટોકટીપૂર્ણ માર્ગ શોધો. ૬

પ્રવૃત્તિ	1-2	1-3	2-3	2-4	3-4	4-5
સમય	10	5	8	12	6	4

૫. (અ) પુરવણી રહિત સરળ આકસ્મિક નિદર્શન પદ્ધતિ માટે સાબિત કરો કે ૬

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{S^2}{n}$$

- (બ) એક સમષ્ટિનાં પાંચ અવલોકનો 3, 5, 8, 9, 10 છે. તેમાંથી પુરવણી વગર બે ૮ કદના નિદર્શો લઈ નીચેનાં પરિણામો ચકાસો.

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$

(ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{S^2}{n}$

અથવા

૫. (અ) સ્તરિત નિદર્શન પદ્ધતિ સમજાવો. ૩
- (બ) સારા નમૂનાનાં લક્ષણો જણાવો. ૩
- (ક) નીચેનાં દરેક સ્તરમાંથી પ્રમાણસર ફાળવણી હેઠળ 10% ના સ્તરિત નિદર્શો લેવામાં આવે છે. સ્તરિત ચદૃચ્છ નિદર્શના મધ્યકનું વિચરણ અને સમષ્ટિ મધ્યક શોધો. ૮

સ્તર	એકમોની સંખ્યા	સ્તરનો મધ્યક	સ્તરનું વિચરણ
1	200	40	4
2	100	45	1
3	300	50	9
4	400	20	10

FC-11**Advanced Statistics-I (Principal)
(Old Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

Instructions: (1) Figures to the righthand side indicate marks.
(2) Use of simple calculator is allowed.

1. (a) Define differentiation and its rules. **4**

(b) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 16}; \quad x \neq 16$ **4**

$$= \frac{1}{8} \quad ; \quad x = 16$$

Discuss the continuity $x = 16$

(c) Find out the value of the following (any **two**) : **6**

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 7x - 8}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^3 - 27}}{\sqrt{x - 3}}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} 3 + \frac{4}{2 - 7/x}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-5)(x+4)}{2x^2 + 7x + 8}$

OR

(a) Explain the types of function with illustrations **4**

(b) If $f(x) = x^3$, then prove that **4**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+4) - f(x-4)}{x^2} = 24$$

(c) Differentiate the following functions with respect to x (Any two) : 6

(i) $y = (3x^2 + 2x - 1)(4x^2 - 3x + 5)$

(ii) $y = \log \{ e^x 3^x x^2 \}$

(iii) $y = e^{5x^2+8x-7}$

(iv) $y = \frac{(x^2 + 5x - 7)}{(x^2 - 4x + 3)}$

2. (a) Prove that : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 4

(b) There are 3 black and 2 white balls in a box. 2 balls are taken from the box Rs. 36 is given for each white ball. What amount should be charged for each black ball, so that the game is fair ? 4

(c) (1) The probability that A and B witnesses speak truth are 0.6 and 0.3 respectively. If they agree to a statement, then find the probability of the statement being true. 6

(2) Three dice are thrown. Find the probability of getting a total of '15'.

OR

2. (a) Prove that $V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$ 4

(b) For the following frequency distribution, find out the first four raw moments, mean and variance. 4

x :	21	22	23	24	25
f :	3	7	9	4	2

(c) The probability distribution of a random variable x is as follows : 6

x_i :	5	6	7	8	9	10
p_i :	0.05	p	0.3	4p	0.1	0.05

Find out (i) Value of p (ii) $E(2x - 3)$ (iii) $V(3x + 2)$.

3. (a) Obtain mean and variance of Poisson distribution. 4

(b) The probability mass function of a poisson distribution is as follows: 4

$$P(x) = e^{-3} \frac{(3)^x}{x!}$$

From that, obtain $P(0 \leq x \leq 3)$

$$(e^{-m} = 0.0498)$$

- (c) Six cubical dice are thrown for 729 times. If the even numbers regarded as success, find expected frequencies of different number of success. 6

OR

- (a) Describe the properties of binomial distribution. 4
- (b) Obtain mean of hypergeometric distribution OR binomial distribution. 4
- (c) (i) Assuming that half of the population is non-vegetarian, how many investigators out of 200 will report that at least 7 persons are non-vegetarian if each one of them takes a sample of 10 individuals? 6
- (ii) If for a Poisson variate x , $P(x = 3) = 5 P(x = 5)$, find $P(0 \leq x \leq 3)$
 $e^{-m} = 0.1353$

4. (a) Explain the components of decision theory. 4
- (b) Find the best strategy by using EMV principle for the following pay off matrix : 4

Strategy					
Event	Probability	A_1	A_2	A_3	A_4
E_1	0.40	10	30	20	40
E_2	0.50	40	50	40	20
E_3	0.10	30	60	30	10

- (c) Determine the best strategy for the following pay-off matrix according to (1) Maxi.-Min. principle (2) Maxi.-Maxi. principle (3) Laplace principle (4) Horwich principle (where $\alpha = 0.6$) 6

Strategy				
Event	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	2	6	8	10
S_2	5	3	0	6
S_3	9	2	5	1
S_4	4	6	5	10

OR

- (a) Explain the meaning of PERT and give its characteristics. 4
- (b) For an activity of a project the optimistic time is 5 hours, pessimistic time is 12 hours and the most likely time is 10 hours. Find the expected time of the activity. 4
- (c) Prepare a PERT-diagram for the following project and determine critical path. 6

Activity	1-2	1-3	2-3	2-4	3-4	4-5
Time (hrs.)	10	5	8	12	6	4

5. (a) For simple random sampling without replacement method prove that : 6

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot s^2/n$$

- (b) 3, 5, 8, 9, 10 are the observations of a population. Verify the following results by taking samples of size 2 units without replacement : 8

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ (ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot s^2/n$

OR

- (a) Describe stratified random sampling. 3
- (b) State the characteristics of a good sample. 3
- (c) From the following, each stratum of 10% stratified random samples are taken under the proportion allocation. Find the variance of stratified mean and the population mean. 8

Stratum	No. of units	Stratum mean	Stratum variance
1	200	40	4
2	100	45	1
3	300	50	9
4	400	20	10