

FC-11

Advanced Statistics-I (Principal)

(New Course)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

- સૂચના : (૧) જમણી બાજુ દર્શાવેલ અંકો ગુણ દર્શાવે છે.
 (૨) સાદા ગણનયંત્રનો ઉપયોગ કરી શકાશે.
 (૩) આંકડાશાસ્ત્રીય કોષ્ટકો વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

૧. (અ) વિકલનની વ્યાખ્યા આપી તેનાં નિયમો જણાવો. ૪

(બ) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{x-16}; \quad x \neq 16$ ૪

$$= \frac{1}{8}; \quad x = 16$$

$x = 16$ આગળ સાતત્ય ચર્ચો.

(ક) નીચેના ની કિંમત શોધો (ગમે તે બે) : ૬

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 7x - 8}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^3 - 27}}{\sqrt{x - 3}}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} 3 + \frac{4}{2 - 7/x}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-5)(x+4)}{2x^2 + 7x + 8}$

અથવા

૧ (અ) વિધેયના પ્રકાર ઉદાહરણ આપી સમજાવો. ૪

(બ) જો $f(x) = x^3$ હોય તો, સાબિત કરો કે, ૪

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+4) - f(x-4)}{x^2} = 24$$

(ક) નીચેના વિધેયોનું x ની સાપેક્ષમાં વિકલન કરો. (ગમે તે બે) : ૬

(i) $y = (3x^2 + 2x - 1)(4x^2 - 3x + 5)$

(ii) $y = \log \{e^x \cdot 3^x \cdot x^2\}$

(iii) $y = e^{5x^2+8x-7}$

(iv) $y = \frac{(x^2 + 5x - 7)}{(x^2 - 4x + 3)}$

૨. (અ) ‘વરણી’ (સંચય)ની વ્યાખ્યા આપી સાબિત કરો કે $n_{c_r} + n_{c_{r-1}} = n + 1_{c_r}$ ૩

(બ) એક શ્રેણીના ‘ n ’ પદોનો સરવાળો $5n^2 - 4n$ છે, તો તેનું n મું પદ અને છઠ્ઠું પદ શોધો. ૩

(ક) $\left\{x^2 + \frac{2}{x}\right\}^9$ ના સાદારૂપમાં x^{-6} નો સહગુણક શોધો. ૪

(ડ) ગાણિતીય અનુમાનથી સાબિત કરો કે $2^{4n} - 1$ પાંચના ગુણકમાં છે. ૪

અથવા

૨. (અ) સાબિત કરો કે $n_{p_r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ ૩

(બ) 35,689 સંખ્યાના બધાજ અંકોનો ઉપયોગ કરીને 5 ભિન્ન અંકોવાળી કેટલી નવી સંખ્યાઓ બનાવી શકાય? તેમાંથી કેટલી સંખ્યાઓ 80,000 કરતાં મોટી હશે ? ૩

(ક) જો એક શ્રેણીનું n મું પદ $16n^2 + 8n - 3$ હોય તો n પદો નો સરવાળો શોધો. ૪

(ડ) $\left(\frac{3x^2}{2} + \frac{2}{3x}\right)^{10}$ ના વિસ્તરણનું મધ્યમપદ મેળવો. ૪

૩. (અ) સાબિત કરો કે $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ૪

(બ) એક ડબ્બામાં 3 કાળા અને 2 સફેદ દડા છે. તેમાંથી 2 દડા લેવામાં આવે છે. પ્રત્યેક સફેદ દડા દીઠ રૂા. 36 મળતા હોય અને જો રમત સમતોલ રાખવી હોય તો પ્રત્યેક કાળા દડા દીઠ કેટલા રૂપિયા ચૂકવવા જોઈએ ? ૪

- (ક) (૧) બે નિરપેક્ષ સાક્ષીએ A અને B સાચું બોલે તેની સંભાવના અનુક્રમે 0.6 અને 0.3 છે. જો તેઓ બંને એક વિધાન માટે સહમત થતાં હોય, તો વિધાન સાચું હોવાની સંભાવના શોધો. ૭
- (૨) ત્રણ સમઘન પાસાઓને ઉછાળતાં સરવાળો '15' આવે તેની સંભાવના શોધો.

અથવા

- ૩ (અ) સાબિત કરો કે $V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$ ૪

- (બ) નીચેની આવૃત્તિ વિતરણ માટે પ્રથમ ચાર સાદી પ્રઘાતો, મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. ૪

x	21	22	23	24	25
f	3	7	9	4	2

- (ક) યદ્યપ્ત ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે. ૭

X_i	5	6	7	8	9	10
P_i	0.05	p	0.3	4p	0.1	0.05

- તે ઉપરથી (i) p ની કિંમત
(ii) $E(2x - 3)$
(iii) $v(3x + 2)$ શોધો.

- ૪ (અ) પોયસન વિતરણનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. ૪

- (બ) એક પોયસન વિતરણનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય નીચે પ્રમાણે છે. ૪

$$p(x) = e^{-3} \frac{(3)^x}{x!} \text{ તે ઉપરથી } p(0 \leq x \leq 3) \text{ શોધો.}$$

$$(e^{-m} = 0.0498)$$

- (ક) એક પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે મધ્યક 150 અને પ્ર.વિ. 15 હોય તો, નીચેની કિંમતો માટેનું સંભાવના ક્ષેત્રફળ મેળવો. ૭

$$(i) 165 \leq x \leq 180 \quad (ii) x \geq 195 \quad (iii) |x-150| \leq 30$$

અથવા

- ૪ (અ) પ્રમાણ્ય વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો. ૪

- (બ) અતિગુણોત્તર વિતરણ અથવા દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક મેળવો. ૪

- (ક) (i) વસ્તીનો અડધો ભાગ માંસાહારી છે, તેમ ધારી 200 નિરીક્ષકોમાંથી દરેક 10 વ્યક્તિઓના નિદર્શમાં કેટલાં આગણકોને ઓછામાં ઓછા 7 વ્યક્તિઓ માંસાહારી મળશે ? ૬
- (ii) જો એક પોયસન ચલ x માટે $p(x = 3) = 5 p(x = 5)$ હોય તો, $p(0 \leq x \leq 3)$ શોધો. ૬
- ($e^{-m} = 0.1353$)

- ૫ (અ) પુરવણી રહિત સરળ આકસ્મિક નિદર્શન પદ્ધતિ માટે સાબિત કરોકે ૬

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{S^2}{n}$$

- (બ) એક સમષ્ટિનાં પાંચ અવલોકનો 3, 5, 8, 9, 10 છે. તેમાંથી પુરવણી વગર બે કદના નિદર્શો લઈ નીચેનાં પરિણામો ચકાસો. ૮

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$

(ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot \frac{S^2}{n}$

અથવા

- ૫ (અ) સ્તરિત નિદર્શન પદ્ધતિ સમજાવો. ૩
- (બ) સારા નમૂનાનાં લક્ષણો જણાવો. ૩
- (ક) નીચેનાં દરેક સ્તરમાંથી પ્રમાણસર ફાળવણી હેઠળ 10% ના સ્તરિત નિદર્શો લેવામાં આવે છે. સ્તરિત યદ્વચ્છ નિદર્શના મધ્યકનું વિચરણ અને સમષ્ટિ મધ્યક શોધો. ૮

સ્તર	એકમોની સંખ્યા	સ્તરનો મધ્યક	સ્તરનું વિચરણ
1	200	40	4
2	100	45	1
3	300	50	9
4	400	20	10

FC-11**Advanced Statistics-I (Principal)
(New Course)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

- Instruction : (1) Figures to the righthand side indicate marks.
 (2) Use of simple calculator is allowed.
 (3) Statistical tables will be supplied on request.

1. (a) Define differentiation and its rules. **4**

(b) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 16}; \quad x \neq 16$ **4**
 $= \frac{1}{8}; \quad x = 16$

Discuss the continuity at $x = 16$.

(c) Find out the value of the following (any **two**) : **6**

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 7x - 8}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^3 - 27}}{\sqrt{x} - 3}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} 3 + \frac{4}{2 - 7/x}$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-5)(x+4)}{2x^2 + 7x + 8}$

OR

1. (a) Explain the types of function with illustrations. **4**

(b) If $f(x) = x^3$, then prove that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+4) - f(x-4)}{x^2} = 24$ **4**

(c) Differentiate the following functions with respect to x (Any two) : **6**

(i) $y = (3x^2 + 2x - 1)(4x^2 - 3x + 5)$

(ii) $y = \log \{e^x \cdot 3^x \cdot x^2\}$

(iii) $y = e^{5x^2 + 8x - 7}$

(iv) $y = \frac{(x^2 + 5x - 7)}{(x^2 - 4x + 3)}$

2. (a) Define the combination and prove that $n_{c_r} + n_{c_{r-1}} = n + 1_{c_r}$ **3**

(b) Sum of the 'n' term is $5n^2 - 4n$ of the series. Find out n^{th} term and 6^{th} term. **3**

(c) Find the coefficient of x^{-6} in the expansion of $\left\{x^2 + \frac{2}{x}\right\}^9$. **4**

(d) By the method of mathematical induction, prove that $2^{4n} - 1$ is in multiple of 5. **4**

OR

2. (a) Prove that $n_{p_r} = \frac{n!}{(n-r)!}$. **3**

(b) How many new numbers of 5 digits can be formed by using the number 35,689 ?
How many numbers from them will be greater than 80,000 ? **3**

(c) If n^{th} term of the series is $16n^2 + 8n - 3$, then obtain the sum of 'n' terms of that series. **4**

(d) Obtain the middle term in the expansion of $\left(\frac{3x^2}{2} + \frac{2}{3x}\right)^{10}$. **4**

3. (a) Prove that $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ **4**

(b) There are 3 black and 2 white balls in a box. 2 balls are taken from the box. Rs. 36 is given for each white ball. What amount should be charged for each black ball, so that the game is fair ? **4**

- (c) (i) The probability that A and B witnesses speak truth are 0.6 and 0.3 respectively. If they agree to a statement, then find the probability of the statement being true. **6**
- (ii) Three dice are thrown. Find the probability of getting a total of '15'. **4**

OR

3. (a) Prove that $V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2$ **4**
- (b) For the following frequency distribution, find out the first four raw moments, mean and variance : **4**

X	21	22	23	24	25
F	3	7	9	4	2

- (c) The probability distribution of a random variable X is as follows : **6**

X_i :	5	6	7	8	9	10
P_i :	0.05	p	0.3	4p	0.1	0.05

Find out (i) Value of p (ii) $E(2x - 3)$ (iii) $V(3x + 2)$.

4. (a) Obtain mean and variance of Poisson distribution. **4**
- (b) The probability mass function of a poisson distribution is as follows : **4**

$$P(x) = e^{-3} \frac{(3)^x}{x!} \quad \text{From that, obtain } P(0 \leq x \leq 3).$$

$$(e^{-m} = 0.0498)$$

- (c) The mean and S.D. of a normal distribution are 150 and 15 respectively, Find the probability areas of the following values : **6**
- (i) $165 \leq x \leq 180$ (ii) $x \geq 195$ (iii) $|x - 150| \leq 30$

OR

4. (a) Describe the properties of normal distribution. **4**
- (b) Obtain mean of hypergeometric distribution OR binomial distribution. **4**
- (c) (i) Assuming that half of the population is non-vegetarian, how many investigators out of 200 will report that at least 7 persons are non-vegetarian if each one of them takes a sample of 10 individuals ? **6**
- (ii) If for a Poisson variate x,
 $P(x = 3) = 5 P(x = 5)$, find $P(0 \leq x \leq 3)$
 $(e^{-m} = 0.1353)$

5. (a) For simple random sampling without replacement methods prove that : **6**

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot S^2/n$$

- (b) 3, 5, 8, 9, 10 are the observations of a population. Verify the following **8**
results by taking samples of size 2 units without replacement :

(i) $E(\bar{y}) = \bar{Y}$

(ii) $V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \cdot S^2/n$

OR

5. (a) Describe stratified random sampling. **3**
 (b) State the characteristics of a good sample. **3**
 (c) From the following, each stratum of 10% stratified random samples are **8**
 taken under the proportion allocation. Find the variance of stratified mean
 and the population mean.

Stratum	No. of units	Stratum mean	Stratum variance
1	200	40	4
2	100	45	1
3	300	50	9
4	400	20	10